TD 6 : Analyse de la variance

Exercice 1.
Le tableau 1 contient les moyennes, écart-types pour le poids des souris mâles et femelles issues de la famille 141G6. Utilisez ces statistiques résumées pour construire un tableau ANOVA. Conclusions ?

Table 1 – *Statistiques résumées pour le poids (g) des souris issue de la famille 141G6 (transgéniques ou non).*

	Nombre	Moyenne	Écart-type
Mâle	94	31.70	2.62
Femelle	83	25.23	2.00

✎ ✎ ✎

Exercice 2.
Reprenons les données du tableau 1. Utilisez ces statistiques résumées pour estimer les coefficients du modèle

$$\mathbb{E}[Y_i] = \beta_0 + \beta_1 e_{M,i},$$

où $e_{M,i}$ est une variable binaire valant 1 si la i-ième souris est un mâle et 0 sinon.

Faites un test pour l'hypothèse $\beta_1 = 0$.

Astuce : Vous aurez besoin d'estimer « pertinement »

$$SE(\hat{\beta}_1) = \sigma\sqrt{\frac{1}{n_F} + \frac{1}{n_M}}$$

✎ ✎ ✎

Exercice 3.
Montrez que le carré de la statistique de test de l'exercice précédent correspond à celle du premier exercice. Est-ce logique ?

✎ ✎ ✎

Exercice 4.

Table 2 – *Tableau ANOVA à trous*

	ddl	Somme des carrés	Carré moyen	F-statistique
Transgénique	1	19.4	——	2.4
Résidu	——	——	——	
Total	——	——		

Le tableau 2 est un tableau ANOVA pour la classification selon le statut transgénique des 74 souris mâles issues de la famille 285E6. Remplissez les cellules vides de ce tableau en utilisant seulement celles qui sont renseignées et 74, le nombre de souris. Déterminez si le F-test est significatif pour les niveaux standards ?

✎✎✎

Exercice 5.
Considérez le modèle suivant pour une classification 2×2, utilisant un facteur pour le sexe, un pour le statut transgénique et un pour leur interaction, i.e.,

$$\mathbb{E}[Y_i] = \beta_0 + \beta_M e_{M,i} + \beta_T e_{T,i} + \beta_{MT} e_{M,i} e_{T,i}.$$

Table 3 – *Statistiques résumées du poids (g) des souris issues de la famille 141G6.*

Groupe	Effectifs	Moyennes	Écart-types
Femelles non-transgéniques	43	25.5	1.9
Femelles transgéniques	40	25.0	2.1
Mâles non-transgéniques	30	30.9	1.8
Mâles transgéniques	64	32.1	2.1

a) Montrez que les estimateurs des moindres carrés sont

$$\hat{\beta}_0 = \overline{y}_{FN}, \qquad \hat{\beta}_T = \overline{y}_{FT} - \overline{y}_{FN}$$
$$\hat{\beta}_M = \overline{y}_{MN} - \overline{y}_{FN}, \qquad \hat{\beta}_{MT} = \overline{y}_{MT} - \overline{y}_{FT} - \overline{y}_{MN} + \overline{y}_{FN}$$

b) Montrez que sous l'hypothèse que les poids des souris sont non corrélés et de variance σ^2, $\hat{\beta}_{MT}$ a pour variance

$$\sigma^2 \left(\frac{1}{n_{MT}} + \frac{1}{n_{MN}} + \frac{1}{n_{FN}} + \frac{1}{n_{FT}} \right)$$

c) Utilisez le tableau 3 pour obtenir une estimation de β_{MT}.

d) Estimez la variance de $\hat{\beta}_{MT}$.

e) Testez l'hypothèse qu'il n'y ait pas d'interaction.

✎✎✎