

TD 3 : Estimations et Tests

Exercice 1.

Soient $X_1, \dots, X_n \stackrel{\text{iid}}{\sim} U(0, \theta)$.

- a) Trouvez un estimateur des moments de θ .
- b) Trouvez l'estimateur du maximum de vraisemblance de θ .
- c) Calculez l'erreur quadratique moyenne pour ces deux estimateurs. Discutez.



Exercice 2.

Trouvez l'estimateur du maximum de vraisemblance pour $\theta > 0$ à partir de n observations suivant une loi Pareto

$$f(x; \theta) = \theta x_0^\theta x_{-\theta-1}, \quad x \geq x_0,$$

où x_0 est inconnu. Trouver la variance asymptotique de cet estimateur.



Exercice 3.

Sur les 91 étudiants ayant participé au sondage sur les jeux vidéos, on a relevé ces résultats. Ces

Note	A	B	C	D	F	Total
Effectifs	31	52	8	0	0	91

observations sont-elles en adéquation avec la distribution 20% de A, 30% B, 40% C et 10% de D et F.



Exercice 4.

Pour un processus de Poisson homogène de taux λ par heure, montrez que le nombre d'occurrence sur deux intervalles disjoint de 1 heure chacun suit une loi de Poisson de paramètre 2λ .

Astuce :

$$\Pr[n \text{ occurrences en deux heures}] = \sum_{k=0}^n \Pr[k \text{ occurrences la 1ère heure, } n - k \text{ occurrences la 2ème}],$$

et

$$\sum_{k=0}^n \frac{n!}{k!(n-k)!} = 2^n.$$



Exercice 5.

Le tableau ci-dessous représente le nombre observés de palindromes pour 10 segments de l'ADN du CMV, chacun de longueur 22,935 paires de base. Vérifiez si la distribution des palindromes est uniformément répartie sur chacun des segments.

Segment n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Effectifs	29	21	32	30	32	31	28	32	34	27	296