
TP 2 : Jouer avec les ARIMA

Exercice 1. Commençons par un $AR(p)$

1. Donnez l'expression mathématique d'un $AR(p)$.
2. Formulez l' $AR(1)$ sous la forme d'une moyenne mobile.
3. En déduire l'expression de la fonction d'autocorrelation (ACF) d'un $AR(1)$.
4. Ecrivez un petit code R permettant de simuler un $AR(p)$ et simulez un $AR(1)$ pour différentes valeurs du paramètre. Visualisez également l'ACF via la bien nommée fonction `acf`.
5. Lisez la documentation de la fonction `arima.sim` et refaites la question précédente.
6. Simulez un $AR(p)$ quelconque et visualisez l'ACF empirique. Commentez.
7. Refaites la question précédente mais avec la fonction d'autocorrelation partielle en utilisant la bien nommée fonction `pacf`.



Exercice 2. Commençons par un $MA(q)$

1. Donnez l'expression mathématique d'un $MA(q)$.
2. Donnez l'expression de la fonction d'autocorrelation (ACF).
3. Ecrivez un petit code R permettant de simuler un $MA(q)$ et simulez un $MA(1)$ pour différentes valeurs du paramètre. Visualisez également l'ACF.
4. Lisez la documentation de la fonction `arima.sim` et refaites la question précédente.
5. Simulez un $MA(q)$ quelconque et visualisez l'ACF empirique. Commentez.
6. Refaites la question précédente mais avec la fonction d'autocorrelation partielle.



Exercice 3. Messages à retenir

1. Que peut-on dire de l'ACF d'un $AR(p)$?
2. Que peut-on dire de l'ACF d'un $MA(q)$?
3. Que peut-on dire du PACF d'un $AR(p)$?
4. Que peut-on dire du PACF d'un $MA(q)$?
5. Comment se servir des questions précédentes en pratique ?



Exercice 4. Amusons nous

Je me suis amusé (whoouu–ouuu, Mathieu il s'éclate dis donc) à simuler quelques séries temporelles, saurez vous dire si c'est un MA ou un AR et deviner son ordre.

Importez donc le fichier `amusonsNous.RData` et inspectez les différentes séries temporelles présentes dans ce fichier.



Exercice 5. Le modèle $ARMA(p, q)$

1. Rappelez l'expression d'un $ARMA(p, q)$.
2. Ecrivez une petite fonction qui simule des $ARMA(p, q)$.
3. Visualisez l'ACF et le PACF de simulation d' $ARMA(p, q)$. Est ce en accord avec l'exercice précédent ?
4. Apprenez à utiliser la fonction `arma.sim` pour simuler un $ARMA(p, q)$ et refaites la question 2.



Exercice 6. Ajustement d'un $ARMA(p, q)$

1. Lisez la documentation de la fonction `arma`.
2. Simulez une $ARMA(p, q)$ de votre choix et ajuster le modèle correspondant. Retrouvez vous les bons paramètres ?
3. Lisez la documentation de la fonction `predict.Arima` et faites une prédiction.



Exercice 7. Application Nous allons tenter de faire une modélisation simple, pour ne pas dire foireuse en fait ;-), de l'évolution des anomalies de températures sur le globe.

1. Refaites une décomposition de la série temporelle via `stl` et récupérez les résidus de la décomposition.
2. Tentez d'ajuster votre meilleur modèle $ARMA(p, q)$ sur la série temporelle des résidus.
3. Faites une prédiction et commentez !

Conseil : On pourra par exemple mettre de côté les K dernières observations avant l'ajustement et vérifier si nos prédictions sont proches ou non de ces K valeurs...